

Matematika bez suza

*Kako pomoći djetetu
s teškoćama u učenju
matematike*

prema

Prof. Mahesh C. Sharma

Predstojnik i izvršni dopredsjednik Cambridge koledža i
ravnatelj Centra za učenje i podučavanje matematike, Mass., SAD

sastavila i pripremila

Ilona Posokhova



OSTVARENJE

Ispravno Te Ostvaruje

Kratak sadržaj

Mahesh Sharma	4
Kako se pojavila ova knjiga - riječ urednice	5
Prvi dio Prepoznavanje teškoća	7
Poglavlje 1 Zašto djeca imaju teškoće u učenju matematike?	9
Poglavlje 2 Vrste teškoća u učenju matematike	15
Drugi dio Kako djeca uče matematiku - otkrivanje odgovornih čimbenika	41
Poglavlje 1 Stupanj kognitivnog razvoja	43
Poglavlje 2 Matematička osobnost učenika	48
Poglavlje 3 Predmatematičke i pomoćne vještine	53
Poglavlje 4 Matematički jezik	66
Poglavlje 5 Stupnjevi poznavanja matematike	82
Treći dio Ispitivanje i dijagnostika	85
Poglavlje 1 Što je kvalitetno ispitivanje?	87
Poglavlje 2 Dijagnosticiranje razvojne diskalkulije	88
Poglavlje 3 Ispitivanje općih matematičkih sposobnosti učenika	99
Poglavlje 4 Ispitivanje spremnosti djeteta za usvajanje matematike u školi	109
Četvrti dio Pomoć i podučavanje	115
Poglavlje 1 Osnovna načela pomoći	117
Poglavlje 2 Učitelj, nastavnik i terapeut - osobnost i profesionalnost	118
Poglavlje 3 Uloga roditelja	119
Poglavlje 4 Igre i njihova uloga u učenju matematike	122
Poglavlje 5 Kako voditi dijete od konkretnog prema apstraktnom	126
Poglavlje 6 Razvijanje vizualnog mišljenja u djece	146
Poglavlje 7 Koncept broja: podučavanje i uklanjanje teškoća	148
Poglavlje 8 Uklanjanje vizualno-perceptivnih teškoća u učenju matematike	164
Poglavlje 9 Kako podučavati temeljne aritmetičke činjenice i vještine	170
Poglavlje 10 Kako poboljšati sposobnost pamćenja matematičkih činjenica i postupaka	178
Poglavlje 11 Razvijanje matematičkog jezika	180
Poglavlje 12 Koncept mjesne vrijednosti: podučavanje i uklanjanje teškoća	188
Poglavlje 13 Množenje: podučavanje i uklanjanje teškoća	210
Poglavlje 14 Dijeljenje: podučavanje i uklanjanje teškoća	218
Poglavlje 15 Razlomci: podučavanje i uklanjanje teškoća	225
Poglavlje 16 Kako pomoći učeniku s matematičkom tjeskobom	230
Dodatak	239

Profesor Mahesh Sharma je predstojnik i izvršni dopredsjednik na Cambridgeu (SAD) i ravnatelj Centra za podučavanje i učenje matematike u američkoj državi Massachusetts. Jedan je od najeminentnijih svjetskih stručnjaka za teškoće u učenju matematike. Profesor Sharma predaje studentima, konzultira osnovne i srednje škole, veleučilišta i druge obrazovne ustanove glede metodike podučavanja matematike, sastavljanja nastavnih programa, te dijagnostike i terapijskoga rada s djecom koja imaju specifične teškoće u matematici. Smatraju ga vodećim suvremenim stručnjakom za terapiju diskalkulije u djece i odraslih. U Centru za podučavanje i učenje matematike, zajedno sa svojim suradničkim timom, već trideset godina aktivno pomaže djeci i odraslima s teškoćama u učenju matematike, a također se bavi edukacijom učitelja, nastavnika i roditelja. Osim individualnih vježbi s djecom centar nudi razne radionice i ljetne matematičke kampove za djecu s teškoćama u učenju, a također i interaktivne dopisne tečajeve za učenike od 1. do 8. razreda osnovne škole. Profesor Mahesh Sharma izdaje dva časopisa: *Math Notebook* (Matematička bilježnica) i *FOCUS on Learning Problems in Mathematics* (FOKUS na teškoćama u učenju matematike). *Math Notebook* časopis se bavi teškoćama u učenju matematike, dijagnostikom, terapijom i metodama poboljšavanja kvalitete nastave. On prevodi istraživanja na jednostavan jezik praktičnih i funkcionalnih metoda te se, na taj način, neposredno obraća učiteljima, nastavnicima, roditeljima i onima koji se bave rehabilitacijom. *FOCUS* je znanstvena interdisciplinarna revija koja na svojim stranicama okuplja radove defektologa, psihologa, matematičara i liječnika koji istražuju psihološke i kliničke aspekte specifičnih teškoća u učenju matematike.

Zahvala

Iskazujemo svoju srdačnu zahvalnost profesoru Maheshu Sharmi i timu Centra za podučavanje i učenje matematike za dopuštenje da objavimo ovu knjigu za hrvatske čitatelje. Zahvaljujući Vama u nas će se dogoditi velike promjene.

Urednica

KAKO SE POJAVILA OVA KNJIGA

Riječ urednice

Tijekom zadnjih stotinjak godina psiholozima, liječnicima, prosvjetnim djelatnicima i roditeljima poznata je činjenica da neka zdrava, intelektualno razvijena, čak i nadarena djeca ponekad imaju ozbiljne teškoće u učenju. Kao najalarmantnije teškoće spominju se specifične teškoće u čitanju i pisanju te sindrom hiperaktivnosti ili deficita pažnje. U svim razvijenim zemljama svijeta su utemeljene brojne udruge čija je osnovna svrha educiranje javnosti o postojanju takvih teškoća, te znanstvene i obrazovne institucije koje se bave njihovim istraživanjem i razrađivanjem dijagnostičkih i terapijskih metoda kako bi pomogli djeci i odraslima s tim teškoćama. Obilne informacije o tome kako pomoći djeci s teškoćama u čitanju, pisanju i usmjeravanju pažnje možemo danas crpiti iz brojnih priručnika, knjiga, časopisa i internet stranica. Možemo sa sigurnošću reći da djeca sa spomenutim teškoćama u učenju i u nas ne ostaju bez stručne pomoći.

Tijekom istih stotinjak godina psiholozima, prosvjetnim djelatnicima i roditeljima poznata je činjenica da mnoga zdrava i intelektualno razvijena djeca imaju ozbiljnih teškoća u učenju matematike. Također je općepoznata činjenica da veliki broj školaraca ne voli matematiku, smatraju je najtežim školskim predmetom, bore se s njom i mnogo su puta poželjeli da matematika nestane jednom i zauvijek. Štoviše, za razliku od teškoća u čitanju i pisanju, teškoće u učenju matematike su društveno prihvaćene. U našem društvu često susrećemo inteligentne osobe koje bez ikakvoga srama priznaju da su potpuno nekompetentne u matematici. Istodobno, te iste osobe smatraju potpuno neprihvatljivom sličnu nekompetentnost u jezičnom izražavanju, čitanju ili pisanju.

Matematika je, prema mišljenju većine, specijalizirano područje koje nije pokazatelj opće inteligencije. Sve dok osoba može čitati i pisati, njezine teškoće u matematici uglavnom nikoga ne zanimaju. Društveni stav opravdava teškoće u matematici, a od roditelja možemo često čuti kako objašnjavaju svojoj djeci da je ni oni ne razumiju. Kao rezultat, u nas, kao i mnogim drugim zemljama svijeta, teškoće u matematici se ne shvaćaju ozbiljno, jer se o njima praktički ništa ne zna. Drugim riječima, dijete sa specifičnim teškoćama u učenju matematike je u nas do danas lišeno mogućnosti primanja kvalitetne stručne pomoći.

Bez obzira na društveni stav, matematika je uvijek bila i bit će jedan od najvažnijih predmeta u osnovnoj školi. Zašto? Zato što uspjeh u ovome društvu velikim dijelom ovisi o sposobnostima kompetentnog korištenja matematičkih radnji i vještina. Primjena matematike je svakodnevna počev od navijanja budilice koja nas podsjeća na odlazak na posao do sastavljanja obiteljskog budžeta

Sličice na marginama

Neka vas vode ove sličice:



poglavlje je namijenjeno učiteljima, nastavnicima i profesorima



poglavlje je namijenjeno stručnim suradnicima



poglavlje je namijenjeno roditeljima



objašnjenje stručne terminologije

a također i mnoge druge male slatke sličice putem kojih želimo još jednom pokazati kako knjiga o matematici i matematika kao školski predmet mogu biti zanimljive i svima dostupne.

na temelju mjesečnih prihoda. Između te dvije krajnosti leži bezbroj svakodnevnih životno važnih aktivnosti za koje nam je potrebna matematika. Ako pogledamo iznad svakodnevnog vrtloga praktičnoga života - u područje znanosti, čut ćemo da matematiku zovu "kraljicom i genijem znanosti". Zbog svoje poopćenosti i slobode od specifičnoga sadržaja, matematika je vrhunsko postignuće apstrakcije i logike. Kao takva, ona je moćna metodologija koja leži u temelju našega suvremenog znanstvenog napretka. Dakle, teškoće u učenju matematike se, nažalost, ne završavaju suzama u školskim godinama. Upravo zbog takvih teškoća mnoge su se pametne i sposobne mlade osobe zauvijek odrekle željenih zanimanja - liječnika, biologa, ekonomista, psihologa, sociologa i dr.

Ova se knjiga pojavljuje zato da pridonese društvenim promjenama, da roditeljima pruži nadu, djeci - pomoć, a svima onima koji sudjeluju u nastavi matematike, psiholozima i defektolozima - praktične i konkretne dijagnostičke i terapijske upute. Njezina glavna poruka je sadržana u naslovu - MATEMATIKA BEZ SUZA.

U ovoj ćemo knjizi otkriti odgovore na mnoga veoma važna pitanja: Zašto djeca imaju teškoće u matematici? Kako ih možemo prepoznati? Kako pomoći svakom djetetu koje ima teškoće u učenju matematike? Kako učiniti matematiku zanimljivom i lakom za svu djecu?

Osim što je knjiga takve teme i sadržaja prva u našoj zemlji i jedna od rijetkih u svijetu, ona ima još jednu posebnu vrijednost. Knjiga se temelji na tridesetogodišnjem radu profesora Mahesha Sharma koji je danas jedan od najeminentnijih svjetskih stručnjaka za terapiju specifičnih teškoća u učenju matematike. Ova knjiga nije prijevod već postojeće knjige i u tome je njezina jedinstvenost. Kao sveučilišni profesor, dekan i ravnatelj Centra za podučavanje i učenje matematike, Mahesh Sharma je veoma zauzeta osoba. On drži brojna predavanja i seminare za nastavno osoblje i roditelje u Americi i Europi, vodi praktične terapijske radionice i individualne tretmane za djecu i odrasle te redovno izdaje dva stručna časopisa. Zbog toga profesor Sharma do sada nije imao vremena napisati knjigu koja bi ujedinila rezultate njegova tridesetogodišnjeg znanstvenog i praktičnog rada. Međutim, shvativši potrebu za takvom knjigom u našoj zemlji i u želji da podijeli svoje iskustvo i znanje s hrvatskim stručnjacima, Mahesh Sharma nam je ljubazno dao na raspolaganje sve svoje pisane materijale (objavljene u časopisima i videosnimke predavanja) i dopustio da od njih sastavimo knjigu posebno namijenjenu hrvatskim čitateljima - učiteljima, nastavnicima i profesorima matematike, psiholozima, defektolozima, pedagogima i roditeljima djece s teškoćama u učenju te odraslim osobama koje su pogođene sindromom diskalkulije. Sada je ova knjiga pred Vama.

Ilona Posokhova
prof. defektolog-logoped

ZAŠTO DJECA IMAJU TEŠKOĆE U UČENJU MATEMATIKE?

Mnoga djeca imaju opće teškoće u učenju. Neka djeca imaju teškoće isključivo u području matematike. Priroda tih teškoća je različita. Jedan učenik često griješi, drugi obavlja zadatak ispravno, ali veoma sporo, dok treći varira u svojoj uspješnosti - danas sve radi ispravno, a sutra mu ništa ne polazi za rukom. Ipak, ima učenika koji dugo ne mogu ovladati aritmetičkim i matematičkim vještinama ili nisu u stanju primijeniti usvojena znanja u novim situacijama, kako u raznim područjima matematike, tako i u drugim školskim predmetima i praktičnim životnim situacijama. Nemali broj djece osjeća odbojnost i strah prema svemu što "miriše na matematiku".

Budući da su teškoće u učenju matematike prisutne u djece s različitim stupnjem intelektualnoga razvoja, skupina učenika neuspješnih u matematici veoma je raznolika. Budući da su uzroci teškoća mnogobrojni, ne postoji samo jedno objašnjenje niti samo jedan put pomoći. Svako pojedino dijete s njegovim problemima je jedinstveni slučaj koji zahtijeva detaljnu analizu prirode teškoća, njihovih mogućih uzroka i, na temelju dobivenih dijagnostičkih podataka, planiranje individualiziranoga terapijskog procesa.

Teškoće koje dijete ili odrasli čovjek može imati u rješavanju matematičkih zadataka nerijetko se ne podudaraju s njegovim općim intelektualnim sposobnostima. Tako, bez obzira na potencijalno visoki stupanj intelektualnih sposobnosti, neki učenik može imati ogromne teškoće u usvajanju aritmetike ili matematike općenito.

Neki učenici bez problema ovladavaju mehaničkom aritmetikom, ali imaju teškoća na višim stupnjevima matematike. S druge strane, postoje djeca koja dobro shvaćaju koncepte više matematike, ali nisu u stanju naučiti elementarnu aritmetiku. Dakle, teškoće u učenju matematike ispoljavaju se na mnogo različitih načina, a kada djetetu nije na vrijeme pružena pomoć, problemi prelaze u odraslu dob.

Objašnjenje uzroka i mehanizama brojnih teškoća u matematici nije jednostavno. Predstavnici raznih struka daju objašnjenja iz aspekta svojih znanosti. Razmotrit ćemo nekoliko skupina uzroka teškoća u učenju matematike.

A. Neurološke disfunkcije

Neurolozi tumače teškoće u matematici (osobito diskalkuliju i akalkuliju) u terminima lakog ili umjerenog odstupanja u radu mozga ili zakašnjelog formiranja određenih viših funkcija korteksa.



Poštovani roditelji, učitelji i nastavnici, pažljivo pročitajte uzroke teškoća u učenju matematike, jer ćete najvjerojatnije među njima naći uzrok koji se odnosi na vaše dijete ili na vašeg učenika.



Diskalkulija - specifične teškoće u učenju matematike.

Akalkulija - potpuna nesposobnost usvajanja matematike zbog odsutnosti matematičkog mišljenja.

Disleksija - specifične teškoće u čitanju.

Disgrafija - specifične teškoće u pisanju.

Disfazija - odsutnost ili nedovoljna razvijenost govora i jezika zbog oštećenja centara za govor u mozgu koji se tek razvija.

Afazija - potpun ili djelomičan gubitak govornojezičnih sposobnosti uzrokovan oštećenjem centara za govor u mozgu u odrasloj dobi.

Matematičko mišljenje

Osim općeg stupnja razvijenosti inteligencije, trebamo uzeti u obzir djelomične nedostatke kognitivnog mišljenja.

Profesor Mahesh Sharma tvrdi da otprilike 25 posto ljudi

ima *nedovoljno razvijeno matematičko mišljenje*. To znači da oni, iako je njihov opći stupanj kognitivne inteligencije prosječan ili čak natprosječan, s teškoćama shvaćaju specifičnu logiku matematike. Za njih je matematika, prirodno, težak predmet.



Takva odstupanja mogu biti uzrokovana kašnjenjem djetetova razvoja, neravnomjernim razvojem ili kasnijim oštećenjem zdravih dijelova mozga zbog bolesti ili ozljede. Pristup je sličan tumačenju mehanizama specifičnih teškoća u čitanju i pisanju (disleksije i disgrafije), te posebnih jezičnih teškoća (disfazije i afazije). Svaku teškoću neurolog sagledava kao disfunkciju u određenom sustavu mozga koji sudjeluje u procesu učenja matematike i, prema tome, postaje uzrok djetetovih teškoća.

U mnogim slučajevima neurolozi su u pravu. Ipak, mnoga djeca imaju teškoće u učenju matematike zbog mnoštva drugih razloga koji nisu povezani s neurološkom disfunkcijom ili anomalijom.

B. Nedovoljni stupanj razvoja kognitivne inteligencije i viših psihičkih funkcija

1. Stupanj kognitivne inteligencije

Rješavanje matematičkog problemskog zadatka zahtijeva razvijenost kognitivne inteligencije: sposobnosti analiziranja, sintetiziranja, apstrahiranja, poopćavanja, primjene stečenih znanja i vještina u novim situacijama, shvaćanje smisla problema, pronalaženje strategija za njegovo rješavanje i dr.

Bilo koje zaostajanje u kognitivnom razvoju djeteta ili nerazvijenost kognitivnog mišljenja mogu biti uzrokom velikih teškoća u učenju matematike.

Ako pitate učenika što je $1/2$ od 8, on će vam možda odgovoriti da je to 4. Ali kada ga upitate što je učinio da bi pronašao odgovor, on će reći da je podijelio 8 sa $1/2$. U tom slučaju, kao što vidite, on je pronašao ispravan odgovor, ali pri tome uopće nije shvatio matematički koncept. U takvim *slučajevima*, osim što nije razumio, učenik obično ima teškoća s poopćavanjem, odnosno primjenom postupka u drugim srodnim problemskim situacijama. Dijete s takvim teškoćama je uglavnom uspješno u osnovnim numeričkim kalkulacijama, ali se susreće s teškoćama u ovladavanju matematičkim i logičkim mišljenjem.

Evo primjera teškoća prenošenja znanja i vještina stečenih u učionici u praktičku situaciju. Šesnaestogodišnjak s umjerenim zaostajanjem u kognitivnom razvoju ispravno je uvježbao množenje dvaju peteroznamenastih brojeva. On je također naučio kako koristiti množenje za izračunavanje opsega i površine. Činilo se da je konačno shvatio značenje tih pojmova, jer ih je uspješno primjenjivao u rješavanju usmenih zadataka

u učionici. Za nagradu su ga uvrstili u skupinu učenika koja je tijekom školskih praznika trebala renovirati športsku dvoranu. Trećega dana učitelj je zamolio dječaka da izračuna površinu poda u sobi 12 x 16 metara u kojoj su trebali postaviti parket. Dječak nije odgovorio. Kada ga je učitelj zamolio da pokaže drugoj djeci kako se računa površina, dječak je rekao da ne zna, čak i kada mu je učitelj pokazao dva broja koja treba pomnožiti. Bez obzira na neposrednu vezu između naučenog u učionici i situacije, taj je učenik imao velike teškoće u praktičkoj primjeni naučenih koncepata.

2. Razvijenost viših psihičkih funkcija

Veoma važnu ulogu igra razvijenost i specifičnost rada viših psihičkih funkcija, kao što su razni vidovi memorije, pažnje, percepcije, sukcesivnih funkcija i dr. Te funkcije određuju djetetov kognitivni stil, odnosno individualnu posebnost u obradi vanjske informacije u mozgu. Kada potrebne psihičke funkcije nisu dovoljno razvijene, dijete nailazi na velike teškoće u učenju matematike.

Naprimjer, mentalno izvršavanje zadatka sukcesivnog oduzimanja broja 3 od broja 50 zahtijeva, prije svega, slušno (ili, pri čitanju, vizualno) percipiranje govorne upute, pohranjivanje informacije u kratkoročnoj memoriji, planiranje postupka rješavanja i pažljivo rješavanje korak po korak. Rezultat svakog prethodnog koraka postaje početkom za svaki naredni korak u procesu. Pri tome trebamo pažljivo pratiti svoje mentalne postupke, pamtiti što smo već obavili i što tek slijedi. Sve više psihičke funkcije su u tom procesu ujedinjene u zajednički funkcionalni sustav. Kada je neki element toga sustava slab, nemoguće je automatizirano rješavanje čak i relativno jednostavnih aritmetičkih zadataka.

C. Nerazvijenost temeljnih vještina koje su preduvjet za usvajanje matematike

Uzrok mnogih teškoća je nedovoljna pripremljenost djeteta za učenje matematike u školi. Kao što postoji pojam spremnosti za usvajanje čitanja, pisanja i teoretskog izučavanja jezika, tako postoji i pojam spremnosti za učenje matematike. Kada prije polaska u školu ili u početnom razdoblju školovanja nije ovladalo temeljnim vještinama koje su preduvjet za usvajanje matematike, dijete nije spremno za sustavno izučavanje matematike kao predmeta u školi.



Uloga viših psihičkih funkcija za učenje matematike jednako je važna kao i za ovladavanje čitanjem i pisanjem.



Temeljne predmatematičke vještine su (Sharma):

1. Razvrstavanje
2. Uspoređivanje
3. Nizanje
4. Slijeđenje niza uputa
5. Prostorna orijentacija
6. Vizualizacija
7. Vizualno grupiranje
8. Uočavanje obrazaca
9. Procjenjivanje
10. Deduktivno mišljenje
11. Induktivno mišljenje

DVA STILA UČENJA MATEMATIKE



Kvantitativni sastavlja “blokove” informacije jedan na drugi



Kvalitativni obuhvaća informaciju globalno, cjelovito

Kvalitativni (globalni) učenici su u našem sustavu školstva u veoma nepovoljnom položaju, jer program podučavanja matematike u nas uglavnom se temelji na kvantitativnom, kumulativnom načelu učenja. Neka djeca koja postupno prilagođavaju svoj prirodni stil učenja učiteljevom stilu podučavanja, dok se u ostalim slučajevima nekompatibilnosti dijete ne može prilagoditi i ima velike teškoće u učenju.

D. Postojanje posebnih jezičnih teškoća i specifičnih teškoća u čitanju i pisanju

Matematika je oblik jezika koji u svrhu komunikacije rabi simbole. U većini slučajeva matematički zadatak se djetetu zadaje riječima, usmeno ili pismeno. Pri tome postoji cijeli niz izraza i riječi koji su specifični za matematiku i često se primjenjuju u udžbenicima iz matematike i u usmenim uputama učitelja. Djeca s posebnim jezičnim teškoćama, teškoćama u čitanju s razumijevanjem i pisanju (disleksija i disgrafija), uglavnom imaju teškoće i u matematici.

E. Nepravilnosti u procesu podučavanja

1. Nekompatibilnost stilova podučavanja i učenja

Svatko od nas obrađuje informaciju, pa tako i matematičku informaciju, na drugačiji i jedinstven način. To određuje naš jedinstveni stil učenja matematike. Stilovi učenja variraju između dvije krajnosti - od čisto globalnog do čisto stupnjevito, analitičkog. Analitički orijentirani učenik uči postupno, korak po korak, te usvaja informaciju u smjeru od dijelova prema cijelini, kao da gradi kuću od cigle, slažući cigle jednu na drugu. Takav stil učenja Mahesh Sharma zove “kvantitativnim”.

Globalno orijentirani učenici percipiraju koncept kao cjelinu i tek kasnije proučavaju njegove sastavne dijelove. Oni bogato koriste vizualizaciju. To je, prema Sharmi, “kvalitativni” stil učenja. Nastavnik matematike obično podučava djecu u onom stilu u kojem je sastavljen udžbenik kojim se trenutno koristi, a nove koncepte objašnjava u onom stilu koji odgovara njegovom vlastitom stilu učenja. Nekompatibilnost stila/načina podučavanja koji rabe autor udžbenika i nastavnik, te djetetova stila učenja može postati ozbiljan uzrok teškoća u učenju.

2. Pogrešan pristup podučavanju novih koncepata

Svaka matematička vještina do svog savršenstva treba proći put razvoja. Da bi potpuno ovladalo nekim matematičkim konceptom, dijete ga treba shvatiti na svim razinama njegovog ispoljavanja i na svim stupnjevima njegove složenosti. Mahesh Sharma naglašava da se put do potpunog ovladavanja matematičkim konceptom proteže od intuitivne razine razumijevanja do razine

na kojoj je dijete u stanju obrazložiti kako je došlo do određenog rezultata i objasniti sve pojedinosti dotičnog koncepta. Profesor Sharma je odredio šest stupnjeva ovladavanja matematičkim vještinama i konceptima kroz koje učitelj treba voditi dijete korak po korak: intuitivni, konkretni, reprezentativni (likovni), apstraktni, upotrebn i komunikacijski. Samo kada je dijete sustavno vođeno od prvog do zadnjeg stupnja i kada je doseglo komunikacijski stupanj, možemo smatrati da je odista ovladalo vještinom ili usvojilo koncept. Nerijetko učitelj počinje izlagati novi matematički koncept s krive razine (npr. s apstraktne) ili pak preskače jednu ili nekoliko razina (npr. objašnjava koncept putem slika prije nego što ga demonstrira na konkretnim opipljivim predmetima). Zbog nedosljednosti u metodici podučavanja dijete ne usvaja koncept ili vještinu u potpunosti, a učitelj već prelazi na demonstraciju sljedećeg koncepta. Ciklus se nastavlja i u jednom trenutku dijete jednostavno prestaje pratiti učiteljeva objašnjenja, nailazi na teškoće u rješavanju zadataka, gubi samopouzdanje i, konačno, počinje se bojati matematike. Na kraju krajeva, dijete se može naći u kategoriji učenika s teškoćama u učenju, dok, zapravo, poremećaj nije u djetetu, već je u metodici podučavanja.

3. Nedovoljna matematička praksa

Uzrokom djetetovih teškoća može biti i ograničeno iskustvo u matematici. Razlozi tog ograničenog iskustva su ponekad očiti, naprimjer, česta izostajanja sa satova matematike zbog bolesti. Međutim, ima i skrivenih razloga. Tako, nekom se djetetu ne pruža mogućnost napredovanja do problemskih aspekata matematike, jer učitelj smatra da je nespremno. To se može dogoditi kada učitelj pogrešno procijeni djetetove matematičke sposobnosti, na temelju toga što dijete nije u stanju ispravno riješiti jednostavan aritmetički zadatak. Matematika je po svojoj prirodi kumulativna. Prema tome, u mnogih učitelja postoji čvrsto uvjerenje da je elementarna aritmetika, odnosno brojanje i računske radnje s brojevima, temelj za svako daljnje napredovanje u matematici. Međutim, to nije uvijek tako. Matematika sadrži dva elementa - brojeve i matematičke koncepte. Sposobnosti operiranja brojevima mogu biti slabe, ali pri tome dijete može dobro shvaćati sofisticirane matematičke koncepte. Ako učitelj ne shvaća da su mnogi koncepti različitih područja matematike međusobno neovisni, vjerojatno neće pružiti mogućnost učeniku slabom u aritmetici da se iskuša u drugim područjima matematike.

Dijete koje ima teškoća u aritmetici i/ili algebri, može bez teškoća učiti geometriju i obrnuto.



Složenost i apstraktnost matematike kao predmeta jedan je od važnih čimbenika koji uzrokuje teškoće u mnoge djece.

Stoga, mnogo je više djece s teškoćama u učenju matematike nego djece s teškoćama u čitanju i pisanju.

Poglavlje je sastavljeno prema publikaciji:

1. Mahesh Sharma, Dyslexia, Dyscalculia, and Some Remedial Perspectives for Mathematics Learning Problems, Math Notebook, Vol. 8, No. 7, 8, 9 & 10, 1990.

F. Emocionalno stanje djeteta

Uzrokom neuspjeha može biti i djetetov strah od matematike. Strah se može pojaviti nakon nekog konkretnog neugodnog doživljaja ili pak rasti postupno kada dijete prestaje pratiti učiteljeva objašnjenja i osjeća se izgubljenim. Dijete misli i osjeća da je matematika veoma teška i neugodna, te izbjegava sve što je s njom u vezi. Kod rješavanja matematičkog zadatka dijete se unaprijed osjeća bespomoćno i neuspješno, gubi samopouzdanje i zbog takvog emocionalnog stanja ne može riješiti zadatak. Matofobija, odnosno strah od matematike, danas je veoma aktualna pojava koja se neprestano širi i poprima ozbiljne kliničke oblike. Zbog toga matofobiju sada smatraju posebnom teškoćom u učenju matematike i njoj ćemo posvetiti posebno poglavlje.

Dakle, sve uzroke teškoća u učenju matematike možemo uvjetno podijeliti na dvije velike skupine:

- uzroke koje se nalaze unutar djeteta** (neurološke disfunkcije, zaostajanje u kognitivnom razvoju, psihološka nespremnost, jezične teškoće i sl.) i
- uzroke koje se nalaze izvan djeteta** (neadekvatno podučavanje, situacije stresa i dr.).

Budući da su uzroci djetetovih problema u matematici toliko raznovrsni, jasno nam je da teškoće mogu poprimati različite oblike. U sljedećih nekoliko poglavlja bavit ćemo se razmatranjem vrsta teškoća u učenju matematike.

VRSTE TEŠKOĆA U UČENJU MATEMATIKE

DISKALKULIJA

Pod diskalkulijom današnji stručnjaci podrazumijevaju skup specifičnih teškoća u učenju matematike/aritmetike i u obavljanju matematičkih/aritmetičkih zadataka. To su takva odstupanja koja stvaraju osobi ozbiljne teškoće u ovladavanju matematikom/aritmetikom bez obzira na dovoljni stupanj intelektualnog razvoja, normalno funkcioniranja osjetila, te optimalne uvjete redovnoga podučavanja. Terminološki razlikujemo diskalkuliju i akalkuliju.

A. Diskalkulija i akalkulija

Teškoće u usvajanju matematike mogu biti lake, umjerene i teške, pa je, prema tome, rezultat djelomična ili pak potpuna matematička nesposobnost.

Diskalkulija je djelomičan poremećaj procesa usvajanja matematike, koji se može pojavljivati u svim ili samo određenim područjima matematike. Dijete pri tome napreduje u usvajanju matematike, ali mnogo sporije od svojih vršnjaka i neadekvatno svojoj mentalnoj dobi.

Akalkulija (a - "bez", "potpuno nedostajanje") je pojam koji označuje potpunu nesposobnost usvajanja gradiva iz matematike, odnosno potpunu odsutnost matematičkog mišljenja. Takva nesposobnost može biti primarna ili pak sekundarna. U većini slučajeva akalkulija je sekundarni, stečeni poremećaj koji se događa u odrasloj dobi zbog moždane lezije ili bolesti centralnog živčanog sustava. Nastaje zbog toga što su pogođeni oni dijelovi i sustavi mozga koji su odgovorni za obavljanje matematičkih operacija. Dakle, o stečenoj akalkuliji govorimo kada su matematičke sposobnosti nestale u osobe koja je prije ozljede ili bolesti normalno poznavala i primjenjivala matematiku. Većina autora upotrebljava pojam akalkulija kao jedan od simptoma afazije u odraslih. Traumatske akalkulije su dosta dobro izučene i opisane u radovima ruskog neuropsihologa Aleksandra Lurije (1966) koji je između ostalog proučavao matematičke i govorne sposobnosti u vojnika koji su u ratnim uvjetima doživjeli ozljedu mozga.



Naprimjer, učenik 5. razreda koji je prosječno intelektualno razvijen i



uspješan u svim školskim predmetima osim matematike, poznaje matematiku na razini 2. razreda.

Prema statističkim podacima, oko 6 posto osoba imaju razvojnu diskalkuliju.



Naprimjer, neko dijete može imati teškoće u učenju matematike, ali pri tome

može biti uspješno u govoru, jeziku, čitanju i pisanju. Drugo dijete može imati kombinirane teškoće, odnosno biti jednako neuspješno, kako u matematici, tako i u čitanju.

Razvojni Gerstmann sindrom (RGS)

Diskalkulija je prvi put identificirana kao dio Gerstmann sindroma. Gerstmann sindrom je disfunkcija u sljepoočnom dijelu dominantne polutke mozga (u većine ljudi je to lijeva polutka). Sastoji se od konstelacije četiri simptoma: diskalkulije (teškoće u matematici); disgrafije (teškoće u pisanju, dok motoričke i senzoričke funkcije nisu oštećene); agnozije prstiju (nesposobnost prepoznavanja koji je prst dodaknut, kako sa zatvorenim, tako i s otvorenim očima) i dezorijentacije u smjerovima "lijevo-desno". Taktilna agnozija obično fluktuirá iz dana u dan i može se čak na nekoliko dana sasvim povući. Moguće su i teškoće u čitanju.

B. Razvojna diskalkulija

U djece se najčešće radi o razvojnoj diskalkuliji, odnosno o teškoćama koje se formiraju u ranoj razvojnoj dobi, najčešće prije rođenja i ispoljavaju se odmah čim je dijete počelo upoznavati pojam broja i obavljati elementarne računске radnje. Zbog toga taj oblik teškoća zovemo "razvojnim". Diskalkulija može biti samostalna i jedina djetetova teškoća ili se može pojaviti u kombinaciji s nekom drugom teškoćom, naprimjer, disleksijom. Pionir u području razvojne diskalkulije je slovački neuropsiholog iz Bratislave dr. Ladislav Košč (1974) koji je, proučavajući matematičke sposobnosti djece u dobi između deset i jedanaest godina, definirao razne oblike razvojne diskalkulije, te sastavio posebnu bateriju testova za dijagnosticanje diskalkulije u djece. Profesor Mahesh Sharma koji je započeo svoj rad istodobno s Ladislavom Koščom, znatno je proširio i usavršio dijagnostičku metodu, te se uglavnom usmjerio na terapijski aspekt, odnosno na konkretnu pomoć djeci s teškoćama u učenju matematike. Prema Košču, "Razvojna diskalkulija je strukturalni poremećaj matematičkih sposobnosti koji vuče svoje korijene iz onih dijelova mozga koji su anatomske i psihološke neposredno odgovorni za sazrijevanje matematičkih sposobnosti u skladu s dobi, a pri tome nisu posljedica poremećaja općih mentalnih funkcija." (1972)

Definirajući diskalkuliju potrebno je uzeti u obzir odnos općih mentalnih sposobnosti djeteta i specijalnih matematičkih sposobnosti. Kod diskalkulije postoji očita disproporcija između mentalne dobi djeteta i takozvane matematičke dobi. To znači da o postojanju diskalkulije u djeteta možemo govoriti samo kada je njegova matematička dob znatno ispod prosjeka dok je mentalna dob normalna. Matematička dob se određuje analogno mentalnoj dobi, putem standardiziranih testova matematičkih sposobnosti.

C. Mehanizam razvojne diskalkulije: neurološki poremećaj ili specifičnost u radu mozga?

Različiti dijelovi mozga spojeni su neuronskim vezama u specifične sustave. Kada se poremeti sazrijevanje nekih karika

u sustavu, funkcioniranje cijele mreže odvija se otežano i promijenjeno. Dakle, razvojnu diskalkuliju možemo zamisliti kao manifestaciju specifičnih teškoća u specifičnim dijelovima mozga (Farnham-Diggory, 1978).

Ipak, postoji i drugo viđenje mehanizma razvojne diskalkulije. Neurolozi su utvrdili da većinu aritmetičkih operacija obavlja lijeva polutka našeg mozga. Neki istraživači smatraju da je uzrok teškoća diskalkulične djece u tome što ona više koriste desnu polutku, nego lijevu, odnosno imaju veću tendenciju prema holističkim kognitivnim strategijama, dok je aritmetici najbolje pristupiti analitički. Takvo viđenje problema više povezuje diskalkuliju s posebnošću kognitivnog stila djeteta, nego s deficitom nekih funkcija. Prema tom viđenju diskalkulija nije poremećaj, već je specifičnost, posebnost u razvoju. Tako diskalkulična djeca možda nisu svjesna da posjeduju analitičke sposobnosti pa ih ne primjenjuju u rješavanju aritmetičkih zadataka (Weinstein, 1980).



Zapravo, ta dva viđenja nisu kontradiktorna, nego su paralelna, jer opisuju dva različita mehanizma nastanka teškoća u učenju matematike u različite djece. U jednog djeteta teškoće su uzrokovane neurološkom disfunkcijom, dok u drugog djeteta - neuobičajenim, ali ispravnim funkcioniranjem sustava mozga, odnosno drugačijim "uzorkom" neuronske mreže. Takvo dijete je zapravo nadareno, jer posjeduje izvanredne sposobnosti holističkog mišljenja, ali pri tome ima teškoće u shvaćanju analitičkih aspekata matematike.

D. Kako prepoznati diskalkulično dijete?

U procesu učenja matematike sva djeca čine više ili manje grešaka. Djeca kojoj je matematika težak predmet, uče sporije i čine više grešaka. Djeca s diskalkulijom se razlikuju po tome što čine mnogo neuobičajenih, odnosno specifičnih grešaka.

Najčešće to su sljedeće greške:

Parafazične supstitucije

(neispravna upotreba brojeva pri čitanju, pisanju i računanju)

Dijete zamjenjuje jedan broj nekim drugim. Takve zamjene nemaju nikakve veze s teškoćama u razumijevanju pojma broja. Greške zamjene se događaju kako u čitanju, pisanju brojeva, tako i pri upotrebi kalkulatora. Kada računa pomoću kalkulatora, djetetov prst jednostavno pritišće krivu tipku. Dijete svaki puta zamjenjuje neke druge brojeve, a pri tome se ne radi o sličnosti oblika ili prostornog položaja brojeva ili o pritiskanju tipke kalkulatora koja se nalazi pored one ispravne.

Perseveracije (greške "zaglavlivanja")

Dijete ponavlja isti broj ili radnju više puta i nije u stanju preći na sljedeći korak kako u pisanju, tako i u računanju. Naprimjer, ako je u prvom zadatku na stranici bio znak "+", dijete zbraja u svim ostalim zadacima do kraja stranice bez obzira što se

Broj **4** dijete čita kao "osam", a neki drugi put ga koristi kao da je to broj **3**, npr.

$$3 \times 4 = 9$$

"Pismeno mucanje":

66666

Umjesto umnoška ili zbroja dijete jednostavno piše broj sljedeći po redu (...16, 17...; ...4, 5...):

$$16 \times 3 = 17$$

$$6 + 4 = 5$$

ili ponavlja jedan od faktora ili pribrojnika:

$$6 + 3 = 3$$

$$4 + 2 = 2$$

$$24 + 2 = 46$$

$$6 \text{ umjesto } 9$$

$$\blacktriangleright \text{ umjesto } 4$$

524 piše/čita kao 425 ili 245

65	28 x 31
305	84
+23	28
390	112
1108	

56	-18
+32	27
592	167

$$18 - 27 = 11$$

(8 - 7 = 1), (2-1 = 1)

$$13 + 2 = 11$$

Koju ulogu ima znamenka "3" u sljedećim položajima u brojevima:

$$2.3, 23, 2^3$$

znak odavno promijenio.

Greške "zaglavljivanja" također se ispoljavaju kroz uporno ponavljanje nedavno naučenih radnji. Nakon usvajanja nove računске radnje ili postupka, dijete ga počinje primjenjivati i tamo gdje taj postupak uopće nije prikladan. Na primjer, nakon što je naučilo "posuđivanje" u zadacima oduzimanja, dijete primjenjuje "posuđivanje" čak i tako gdje ne treba, ili nakon usvajanja postupka množenja množi i tamo gdje treba dodavati.

Zrcalne greške

Dijete zrcalno okreće znamenke, narušava ili zrcalno okreće redoslijed znamenaka u višeznamenkastim brojevima, kako u čitanju, tako i u pisanju brojeva.

Usporenost

Dijete daje ispravan odgovor, ali mu je potrebno mnogo više vremena, nego što je uobičajeno u njegovoj dobi. Naprimjer, za odgovor $1 + 9 = 10$ treba mu više od 3 sek.

Stavljanje brojeva u uzajamno neprikladan prostorni položaj

Tijekom obavljanja pismenog računanja u stupcima dijete zapisuje brojeve u uzajamno neprikladnom odnosu i zbog toga dolazi do pogrešnog rezultata.

Moguć je **narušeni smjer rješavanja** (sdesna u lijevo ili križno).

Vizualne greške

Dijete pogrešno prepoznaje računске simbole i relativan položaj znamenki i zbog toga obavlja pogrešnu radnju ili neispravno prepoznaje broj. Na primjer, "+" prepoznaje kao "-" pa umjesto zbrajanja oduzima.

Proceduralne greške

Dijete izostavlja, "preskače" jedan od obaveznih koraka u rješavanju zadatka.